ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №4

Векторлық және аралас көбейтінділері, олардың алгебралық және геометриялық қасиеттері.

1. Берілген ***a*** және ***b*** арқылы келесі сызықтық комбинацияларды сал: а) 2***a*** + ***b***; *б)* ***a*** - 3***b***; *в)* $\frac{1}{3}$ ***a*** + $\frac{1}{2}$***b***; *г)* -3***a*** - $\frac{1}{2}$***b***.

2. ***a*** = (3,-2,6) және ***b*** = (-2,1,0) векторлары берілген. 2***a***-$\frac{1}{3}$ ***b*** ; $\frac{1}{3}$ ***a*** - ***b***; 2***a*** + 3***b*** векторларының координаталарын тап *(Жауабы: (20/3,-13/3,12); (3,-5/3,2); (0,-1,12).)*

3. ***a*** = (1,1,2), $\boldsymbol{e_1}$ = (2,2,-1), $\boldsymbol{e_2}$ = (0,4,8), $\boldsymbol{e_3}$ = (-1,-1,3) векторлары қандай да бір базисте берілген. $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$ векторлары базис құрайтындығын дәлелде және осы базисте ***a*** векторының координаталарын тап . (Жауабы: ***a*** = (1,0,1).)

4. a = (3,-5,8) және b = (-1,1,-4) векторлары арқылы құралған параллелограммның диагоналдарының ұзындықтарын тап. Жауабы: $|a+b|=6,\ |a-b|=14.$)

5. $\overrightarrow{AB}$ = (2,6,-4) және $\overrightarrow{AC}$ = (4,2,-2) векторлары ABC үшбұрышының қабырғаларын анықтайды. С төбесінен түсірілген медианамен беттесетін $\overline{CD}$ векторының ұзындығын тап. (Жауабы: $|\overrightarrow{CD}|=\sqrt{10}.$)

6. ***a*** = (-3,0,4) және ***b*** = (5,2,14) векторларының арасындағы бұрыштың биссектрисасы бойымен бағытталған ***c*** векторының координаталарын тап. (Жауабы: ***c*** = $\lambda(-2,1,13), \lambda>0.$)

7. **a (**-1, 2, 0**)** және **j (**0, 1, 0**)** векторлары берілген. Cos **(a^j)** есепте. (Жауабы: 2/√5).

8. **a** және **b** векторлары өзара перпендикуляр, |**a**| = 3, |**b**| = 4. |**ab**|; |(**a+b**)(**a-b**)|; |(3 **a-b**)(**a-2b**)| есепте. (Жауабы: 12; 24; 60).

9. A(1, 1, 1), B(2, 3, 4), C(4, 3, 2) төбелерінің координаталарымен берілген ABC үшбұрышының ауданын тап. (Жауабы: 2√6).

10. |**a**| =10**,** |**b**| = 2, **a**·**b** = 12 берілген. | **ab** | есепте. (Жауабы: 16).

11. Материалық нүктені A (-1, 2, 0**)** нүктесінен B (2, 1, 3) нүктесіне қозғалту кезінде істелінген **F = i** + 2**j** + **k** күшінің жұмысын тап. (Жауабы: 4).

12. **x** векторы $\mathbf{a_1}$ **(**2, 3, -1) және $\mathbf{a_2}$ (1, -2, 3) векторларына перпендикуляр және мына теңдікті қанағаттандырады **x (**2**i**–**j**+**k) =** - 6. **x** векторының координатасын тап. **(**Жауабы : **x (**-3, 3, 3**)).**

13. $\mathbf{a_1}$ **,** $\mathbf{a_2}$ **,** $\mathbf{a_3}$ векторлары оң үштікті құрайды және өзара перпендикуляр, |$\mathbf{a_1}$ | = 4 , |$\mathbf{a_2}$| = 2 , |$\mathbf{a_3}$ | = 3. $\mathbf{a_1}\,\mathbf{a_2}\,\mathbf{a_3}$ есепте. (Жауабы: 24).

14. **a (**0, 3, 4**)**, **b (**2, 1, 3**)** векторлары берілген және **a^ b** = φ = π/4. пр$_{\mathbf{b}}$**a** есепте. **(**Жауабы: 5√2/2**).**

Есеп 15: Пирамиданың төбелері берілген: $A(1,2,3),\quad B(0,-1,1),\quad C(2,5,2),\quad D(3,0,-2)$.

Табу керек:

1. BAC бұрышын;
2. ABC үшбұрышының ауданын;

3. Пирамида көлемін.

Шешімі: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ векторларын табалық:

$$\overline{AB}=(0-1,\ \ -1-2,\ \ 1-3)=(-1,-3,-2),\quad \overline{AC}=(1,3,-1),\quad \overline{AD}=(2,-2,-5)$$

1. $$\cos\alpha=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\left|\overline{AB}\right|\left|\overline{AC}\right|}=\frac{-1\cdot 1+(-3)\cdot 3+(-2)\cdot(-1)}{\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}}=\frac{-8}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{11}}.$$

2. $$\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ -1 & -3 & -2\\ 1 & 3 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-3 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}\cdot\bar{i}-\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}\cdot\bar{j}+\begin{vmatrix}-1 & -3\\ 1 & 3\end{vmatrix}\cdot\bar{k}=9\bar{i}-3\bar{j}=(9,-3,0).$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\overline{AB}\times\overline{AC}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{81+9}=\frac{9\sqrt{10}}{2}.$$

3. $$\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}=\begin{vmatrix}-1 & -3 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & -2 & -5\end{vmatrix}=24.$$